PART3 底の変換公式

要点 ① 底の変換公式

1024 に関して，$\log_2 1024 = \log_2 2^{10} = 10$ である。

このように，ある正の数 M に関して，底を c とする対数 $\log_c M$ の値を求めることを，

底を c とする対数を「　　」という。

対数をとることによって，a を底とする対数 $\log_a b$ を，c を底とする対数で表す。

$\log_a b = p$ とすると　$a^p = b$

c を底とする両辺の対数をとると

$$a^p = \quad b$$

$$\log_c a = \log_c b$$

$a \neq 1$ より $\log_c a \neq 0$　よって　$p = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

したがって　$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

底の変換公式

a，b，c が正の数で，$a \neq 1$，$c \neq 1$ のとき

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

例　$\log_9 27 = \dfrac{\log_3 \quad}{\log_3 \quad} = \dfrac{\log_3 3^3}{\log_3 3^2} = \dfrac{3}{2}$

とくに，a，b が正の数で，$a \neq 1$，$b \neq 1$ のとき，$\log_a b = \dfrac{\log_b \quad}{\log_b \quad} = \dfrac{\quad}{\log_b a}$ より

$$\boxed{\log_a b = \frac{1}{\log_b a}}$$

が成り立つ。

【MEMO】

3 (1) 次の値を求めよ。

(i) $\log_{16} 8$　　(ii) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{27}$

(2) 次の計算をせよ。

(i) $\log_2 5 \cdot \log_5 32$　　(ii) $\log_9 49 - \log_3 63$

Point Pickup

底の変換公式

a，b，c が正の数で，$a \neq 1$，$c \neq 1$ のとき

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$　　とくに，$b \neq 1$ のとき　$\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

底がそろっていないときの対数の計算は，底の変換公式で底をそろえて行うとよい。

第 14 講　PART3 確認問題

次の値を求めよ。

1 $\log_{25}125=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$

2 $\log_{\frac{1}{4}}\sqrt{8}=-\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$

次の計算をせよ。

3 $\log_3 5\cdot\log_5 81=\boxed{オ}$

4 $\log_2 24-\log_4 9=\boxed{カ}$

PART3 底の変換公式

3 (1) 次の値を求めよ。

(i) $\log_{16} 8$　　(ii) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{27}$

(2) 次の計算をせよ。

(i) $\log_2 5 \cdot \log_5 32$　　(ii) $\log_9 49 - \log_3 63$

[解答]

(1) (i) $\log_{16} 8 = \dfrac{\log_2 8}{\log_2 16} = \dfrac{\log_2 2^3}{\log_2 2^4} = \dfrac{3}{4}$

(ii) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{27} = \dfrac{\log_3 \sqrt{27}}{\log_3 \dfrac{1}{3}} = \dfrac{\log_3 3^{\frac{3}{2}}}{\log_3 3^{-1}} = \dfrac{\dfrac{3}{2}}{-1} = -\dfrac{3}{2}$

(2) (i) $\log_2 5 \cdot \log_5 32 = \log_2 5 \times \dfrac{\log_2 32}{\log_2 5} = \log_2 32 = \log_2 2^5 = 5$

(ii) $\log_9 49 - \log_3 63 = \dfrac{\log_3 49}{\log_3 9} - \log_3 63$

$= \dfrac{\log_3 7^2}{2} - \log_3 63$

$= \dfrac{2\log_3 7}{2} - \log_3 63$

$= \log_3 \dfrac{7}{63} = \log_3 \dfrac{1}{3^2} = -2$

第14講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] ア：3，イ：2

[解説]

$$\log_{25}125=\frac{\log_5 125}{\log_5 25} \quad \text{[A]}$$

$$=\frac{\log_5 5^3}{\log_5 5^2}$$

$$=\frac{3}{2}$$

[A]　底の変換公式

$$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$$

（a，b，c は正の数，$a \neq 1$，$c \neq 1$）

2

[正解] ウ：3，エ：4

[解説]

$$\log_{\frac{1}{4}}\sqrt{8}=\frac{\log_2\sqrt{8}}{\log_2\frac{1}{4}} \quad \text{[B]}$$

$$=\frac{\log_2 2^{\frac{3}{2}}}{\log_2 2^{-2}}$$

$$=\frac{\frac{3}{2}}{-2}$$

$$=-\frac{3}{4}$$

[B]　底の変換公式

$$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$$

（a，b，c は正の数，$a \neq 1$，$c \neq 1$）

3

[正解] オ：4

[解説]

$$\log_3 5\cdot\log_5 81=\log_3 5\times\frac{\log_3 81}{\log_3 5} \quad \text{[C]}$$

$$=\log_3 81$$

$$=\log_3 3^4$$

$$=4$$

[C]　底の変換公式で底をそろえて，対数の計算を行うとよい。

4 **[正解]** カ：3

[解説]

$$\log_2 24 - \log_4 9 = \log_2 24 - \frac{\log_2 9}{\log_2 4}$$ [D]

$$= \log_2 24 - \frac{\log_2 3^2}{2}$$

$$= \log_2 24 - \frac{2\log_2 3}{2}$$

$$= \log_2 24 - \log_2 3$$

$$= \log_2 \frac{24}{3}$$

$$= \log_2 8$$

$$= \log_2 2^3$$

$$= 3$$

[D]　底の変換公式で底をそろえて，対数の計算を行うとよい。